



الجامعة الإسلامية العالمية ماليزيا
INTERNATIONAL ISLAMIC UNIVERSITY MALAYSIA
يُونَيْتِي اِسْلَامًا اِنْتَارَا اِنْعَسَا مَلِيْسِيَا

IIUM Mathematics Competition (IMC 2018)

FIRST ROUND

MULTIPLE CHOICE QUESTIONS

8th August 2018

2 HOURS (2.00 pm - 4.00 pm)

Name : _____

I/C No. : _____

INSTRUCTIONS TO STUDENTS:

1. This question paper consists of 7 printed pages with **20 questions**.
2. Answer **ALL** questions in the given Objective Answer Sheet.
3. Students are allowed to use pencil, pen, eraser, and ruler **ONLY**.
4. Students are **NOT** allowed to bring a book, calculator, briefcase, hand phone, protractor, compass, etc.
5. Students are **NOT** allowed to discuss the questions during the examination.

1. Let $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be a function which attains a maximum of 5 and a minimum of -17. Consider the three following statements:

- I. The maximum value of $f(|x|)$ is 5.
- II. The maximum value of $|f(x)|$ is 17.
- III. The minimum value of $|f(x)|$ is 0.

Which of these statements are always correct?

Katakan $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ adalah satu fungsi yang mencapai maksimum 5 dan minimum -17. Pertimbangkan tiga kenyataan berikut:

- I. Nilai maksimum $f(|x|)$ ialah 5.*
- II. Nilai maksimum $|f(x)|$ ialah 17.*
- III. Nilai minimum $|f(x)|$ ialah 0.*

Antara pernyataan tersebut, yang manakah selalunya benar?

- (A) only I
I sahaja
- (B) only II
II sahaja
- (C) only I and II
I dan II sahaja
- (D) only II and III
II dan III sahaja
- (E) I, II and III
I, II dan III

2. Let $b > 2a > 0$. The quadratic equation $ax^2 + bx + a = 0$ has

Katakan $b > 2a > 0$. Persamaan kuadratik $ax^2 + bx + a = 0$ mempunyai

- (A) two equal roots
dua punca yang sama
- (B) two roots which are opposite to each other
dua punca yang mempunyai hasil darab sama dengan 1
- (C) two reciprocal roots
dua punca salingan
- (D) two roots with opposite sign and different absolute value
dua punca yang bertentangan tanda dan nilai mutlak yang berbeza
- (E) no real roots
tidak mempunyai punca nyata

3. The domain of the function $f(x) = \sqrt{\sqrt{x-2}-2}$

Domain bagi fungsi $f(x) = \sqrt{\sqrt{x-2}-2}$

- (A) $[0, +\infty)$
- (B) $[2, +\infty)$
- (C) $[4, +\infty)$
- (D) $[6, +\infty)$
- (E) $[8, +\infty)$

4. Let n be the least positive integer for which the product $1260 \cdot n$ is the cube of a natural number. Then n satisfies

Katakan n adalah integer positif yang terkecil dimana hasil darab $1260 \cdot n$ ialah kuasa tiga bagi nombor asli. Maka n memenuhi

- (A) $n < 100$ (B) $100 < n < 500$ (C) $500 < n < 1000$
(D) $1000 < n < 5000$ (E) $5000 < n$

5. Consider all the altitude lines, medians, and inner bisectors of an isosceles triangle with top angle 120° . How many different lines are these?

Katakan semua garis-garis altitud, median-median, dan pembahagi dua sama sudut dalaman bagi sebuah segitiga sama kaki yang mempunyai sudut atas sebanyak 120° . Berapa banyak baris yang berbeza?

- (A) 9 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 3

6. How many pairs of integers (x,y) are there such that $2^x + 1 = y^4$?

Berapa banyak pasangan integer (x,y) yang ada dimana $2^x + 1 = y^4$?

- (A) 6 (B) 4 (C) 2 (D) 1 (E) 0

7. How many of the following polynomials can be factored into a product of two real polynomials of strictly smaller degree?

Berapa banyak polinomial berikut yang boleh difaktorkan kepada hasil darab dua polinomial nyata dengan darjah paling kecil?

$$x^2 + 4, \quad x^3 + 8, \quad x^4 + 16, \quad x^5 + 32$$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

8. A regular hexagon is inscribed in a circle of radius R . The length of a diagonal which does not contain the center of the circle, equals

Satu heksagon sekata adalah terterap dalam di dalam bulatan yang mempunyai jejari R . Panjang suatu diagonal yang tidak mengandungi pusat bulatan ialah

- (A) $R\sqrt{2}$ (B) $\frac{3R}{2}$ (C) $R\sqrt{3}$ (D) $2R$ (E) $R\sqrt{5}$

9. A right angle triangle has sides a, b, c with opposite angles A, B, C respectively. Side a has greatest length. The following holds:

Satu segitiga bersudut tegak mempunyai sisi a, b, c dengan masing-masing mempunyai sudut berlawanan iaitu sudut A, B, C . Sisi a mempunyai panjang yang terbesar. Berikut adalah benar:

- (A) $a = b \cos B + c \cos C$ (B) $a = b \cos B + c \sin C$ (C) $a = b \sin C + c \sin B$
(D) $a = b \sin B + c \sin C$ (E) $a = b \sin B + c \cos C$

10. The floor of a rectangular room is covered with square tiles. The width of the room counts m tiles, the length counts n tiles ($n > m$). Half the number of tiles lie at the edges of the room. For how many values of the dimensions (width and length) of the room is this possible?

Lantai sebuah bilik segiempat tepat ditutup penuh dengan jubin segiempat sama. Lebar bilik dikira sebanyak m jubin, panjang bilik dikira n jubin ($n > m$). Separuh daripada bilangan jubin terletak di penghujung bilik. Untuk berapa banyak nilai dimensi (lebar dan panjang) mungkin bagi bilik ini?

- (A) none (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) more than 3
tiada *lebih dari 3*

11. A circle in the Euclidian plane has center $(1,1)$ and intersects with the origin. This circle cuts a piece of the first quadrant that has an area of

Suatu bulatan yang berada di atas satah Euclidean berpusat pada titik $(1,1)$ dan bersilang dengan titik asalan. Bulatan tersebut memotong sebahagian daripada kuadran pertama yang mempunyai luas permukaan sebanyak

- (A) 2 (B) 4 (C) π (D) 2π (E) $\pi+2$

12. In order to number the pages of a book one needs N digits. E.g. the numbering of a book of 11 pages needs $N=13$ digits. Which of the following values can not be N for a certain book?

Untuk menomborkan halaman-halaman muka surat sesebuah buku, seseorang memerlukan N digit. Sebagai contoh, penomboran sebuah buku yang mempunyai 11 muka surat memerlukan $N=13$ digit. Yang manakah antara berikut tidak boleh menjadi N untuk sesebuah buku?

- (A) 109 (B) 999 (C) 2013 (D) 2016 (E) 2018

13. In two similar right triangles, the lengths of the corresponding sides are in the ratio of 5:3.
If the larger triangle has a hypotenuse of length 17 and the length of the shortest side is 8,
what is the area of the smaller triangle?
*Diberikan dua buah segitiga bersudut tegak, panjang dua sisi yang sepadan masing-masing
mempunyai nisbah 5:3. Jika salah satu segitiga yang lebih besar mempunyai panjang hipotenus
17 dan panjang sisi yang terpendek ialah 8, berapakah luas permukaan bagi segitiga yang kecil?*
- (A) 72 (B) 40.8 (C) 21.6 (D) 36 (E) None of these
Tiada jawapan
14. How many prime numbers, smaller than 10000, have sum of the digits equal to 2 ?
*Berapakah jumlah nombor perdana yang kurang daripada 10000, mempunyai hasil tambah
digitnya bersamaan dengan 2?*
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) more than 5
lebih dari 5
15. How many couples of positive integers (n, k) have the property that $1=3n-5k$?
Berapa banyakkah pasangan integer positif (n, k) yang memenuhi ciri $1=3n-5k$?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) infinitely many
tidak terhingga banyak
16. What is 40% of 50% of RM 60?
Apakah nilai 40% daripada 50% daripada RM 60?
- (A) RM7 (B) RM8 (C) RM12 (D) RM15 (E) RM20
17. If the digit 4 is replaced by the digit 3 in each of the numbers below, which number is reduced by
the largest amount?
*Jika digit 4 digantikan dengan digit 3 di dalam setiap satu nombor di bawah, yang manakah
nombor berikut yang mengalami pengurangan yang terbesar?*
- (A) 45678 (B) 87654 (C) 95400 (D) 74000 (E) 99949
18. What is the value $2^8 \div 8^2$?
Apakah nilai $2^8 \div 8^2$?
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2 (E) 4

19. Which of the following is midway between $\frac{1}{4}$ and $\frac{1}{8}$?

Di antara berikut, yang manakah terletak di antara $\frac{1}{4}$ dan $\frac{1}{8}$?

- (A) $\frac{3}{16}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{5}{24}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{7}{32}$

20. Between which of the following pairs of numbers is there the greatest difference?

Di antara pasangan nombor berikut, yang manakah mempunyai perbezaan yang terbesar?

- (A) -3,8 (B) -5,-13 (C) 1,11 (D) 4, -5 (E) -6,-15

----- **END / TAMAT** -----