

الجامعة الإسلامية العالمية ماليزيا
INTERNATIONAL ISLAMIC UNIVERSITY MALAYSIA
يُونَيْتِي إِسْلَامِيَّةٌ، إِنْتَارَا بَحْسًا مَلَيْسِيَا

IIUM Mathematics Competition (IMC 2016)

FIRST ROUND

MULTIPLE CHOICE QUESTIONS

7th September 2016

2 HOURS (2.00 pm - 4.00 pm)

Name : _____

I/C No. : _____

INSTRUCTIONS TO STUDENTS:

1. This question paper consists of 7 printed pages with **20 questions**.
2. Answer **ALL** questions in the given Objective Answer Sheet.
3. Students are allowed to use pencil, pen, eraser, and ruler **ONLY**.
4. Students are **NOT** allowed to bring a book, calculator, briefcase, hand phone, protractor, compass, etc.
5. Students are **NOT** allowed to discuss the questions during the examination.

1. The numbers which contain only even digits in their decimal representations are written in ascending order such that

Nombor-nombor dalam bentuk perpuluhan yang mengandungi hanya digit-digit genap ditulis dalam turutan menaik seperti berikut

2, 4, 6, 8, 20, 22, 24, 26, 28, 40, 42

What is the 2014th number in the sequence?

Apakah nombor yang ke-2014 dalam jujukan tersebut?

- (A) 66480 (B) 64096 (C) 62048 (D) 60288
(E) None of the preceding / *Tiada dalam pilihan jawapan sebelumnya*

2. What is the product of real numbers a which make $x^2 + ax + 1$ a negative integer for only one real number x ?

Apakah hasil darab nombor-nombor nyata a yang menjadikan $x^2 + ax + 1$ suatu integer negatif untuk hanya satu nombor nyata x ?

- (A) -1 (B) -2 (C) -4 (D) -6 (E) -8

3. If the integers $1, 2, \dots, n$ can be divided into two sets such that each of the two sets does not contain the arithmetic mean of its any two elements, what is the largest possible value of n ?

Jika integer-integer $1, 2, \dots, n$ boleh dibahagikan kepada dua set supaya kedua-dua set tidak mempunyai min aritmetik bagi sebarang dua unsurnya, apakah nilai terbesar yang mungkin bagi nilai n ?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10
(E) None of the preceding / *Tiada dalam pilihan jawapan sebelumnya*

4. Let D be a point on side $[BC]$ of $\triangle ABC$ such that

$|AB| = |AC|$, $|BD| = 6$ and $|DC| = 10$. If the incircles of

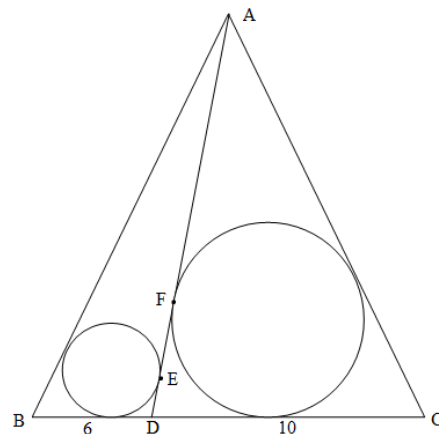
$\triangle ABD$ and $\triangle ADC$ touch side $[AD]$ at E and F , respectively, what is $|EF|$?

Katakan D ialah satu titik atas garis $[BC]$ bagi

$\triangle ABC$ supaya $|AB| = |AC|$, $|BD| = 6$ dan $|DC| = 10$. Jika

bulatan-bulatan dalaman $\triangle ABD$ dan $\triangle ADC$ masing-masing menyentuh sisi $[AD]$ pada E dan F ,

apakah nilai $|EF|$?



- (A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (C) 1 (D) $\frac{9}{8}$ (E) 2

5. How many pairs of integers (m, n) are there such that $mn + n + 14 = (m - 1)^2$?

Berapa banyakkah pasangan integer-integer (m, n) yang ada supaya $mn + n + 14 = (m - 1)^2$?

- (A) 16 (B) 12 (C) 8 (D) 6 (E) 2

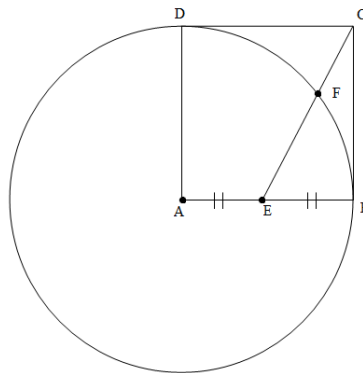
6. For how many different primes p , there exists an integer n such that $p \mid n^3 + 3$ and $p \mid n^5 + 5$?

Untuk berapa banyakkah nombor-nombor perdana p yang berbeza, yang mana wujud suatu integer n supaya $p \mid n^3 + 3$ dan $p \mid n^5 + 5$?

- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0
(E) Infinitely many / Banyak tak terhingga

7. Let E be the midpoint of side $[AB]$ of square $ABCD$. Let the circle through B with center A and segment $[EC]$ meet at F . what is $|EF|/|FC|$?

Katakan E ialah titik tengah bagi garis $[AB]$ untuk sebuah segiempat sama $ABCD$. Katakan bulatan dengan pusat bulatan A melalui titik B dan segmen $[EC]$ bertemu pada titik F . Apakah nilai $|EF|/|FC|$?



- (A) 2 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\sqrt{5} - 1$ (D) 3 (E) $\sqrt{3}$

8. If $(x^2 + 1)(y^2 + 1) + 9 = 6(x + y)$ where x, y are real numbers, what is $x^2 + y^2$?

Jika $(x^2 + 1)(y^2 + 1) + 9 = 6(x + y)$ yang mana x, y adalah nombor-nombor nyata, apakah nilai $x^2 + y^2$?

- (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

9. The integers $-1, 2, -3, 4, -5, 6$ are written on a blackboard. At each move, we erase two numbers a and b , then we re-write $2a+b$ and $2b+a$. How many of the sextuples $(0, 0, 0, 3, -9, 9)$, $(0, 1, 1, 3, 6, -6)$, $(0, 0, 0, 3, -6, 9)$, $(0, 1, 1, -3, 6, -9)$, $(0, 0, 2, 5, 5, 6)$ can be gotten?

Nombor-nombor integer $-1, 2, -3, 4, -5, 6$ telah ditulis di atas sebuah papan hitam. Pada setiap pergerakan, kita padam dua nombor iaitu a dan b , kemudian kita tulis semula $2a+b$ dan $2b+a$. Berapa banyak 6-pasang $(0, 0, 0, 3, -9, 9)$, $(0, 1, 1, 3, 6, -6)$, $(0, 0, 0, 3, -6, 9)$, $(0, 1, 1, -3, 6, -9)$, $(0, 0, 2, 5, 5, 6)$ boleh kita dapat?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

10. Which one below cannot be expressed in the form $x^2 + y^5$, where x and y are integers?

Yang mana satu tidak dapat diungkapkan dalam bentuk $x^2 + y^5$, di mana x dan y adalah integer?

- (A) 59170 (B) 59012 (C) 59121 (D) 59149 (E) 59130

11. What is the largest possible value of $\frac{x^2 + 2x + 6}{x^2 + x + 5}$ where x is a positive real number?

Apakah nilai terbesar yang mungkin untuk $\frac{x^2 + 2x + 6}{x^2 + x + 5}$ jika x ialah nombor nyata positif?

- (A) $\frac{14}{11}$ (B) $\frac{9}{7}$ (C) $\frac{13}{10}$ (D) $\frac{4}{3}$
(E) None of the preceding / *Tiada dalam pilihan jawapan sebelumnya*

12. Let D be a point on side $[BC]$ of $\triangle ABC$ such that $|AB|=3$,

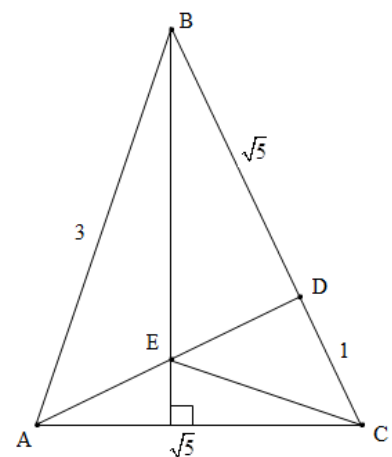
$|CD|=1$ and $|AC|=|BD|=\sqrt{5}$. If the B -altitude of $\triangle ABC$ meets

AD at E , what is $|CE|$?

Katakan D ialah titik di atas garis $[BC]$ untuk $\triangle ABC$ supaya

$|AB|=3$, $|CD|=1$ dan $|AC|=|BD|=\sqrt{5}$. Jika altitud- B bagi

$\triangle ABC$ bertemu AD pada E , apakah nilai $|CE|$?



- (A) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (B) 1 (C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (E) $\frac{3}{2}$

13. What is the sum of distinct real numbers x such that $(2x^2 + 5x + 9)^2 = 56(x^3 + 1)$?

Apakah hasil tambah nombor-nombor nyata x supaya $(2x^2 + 5x + 9)^2 = 56(x^3 + 1)$?

- (A) 3 (B) $\frac{7}{4}$ (C) 4 (D) $\frac{9}{2}$

(E) None of the preceding / *Tiada dalam pilihan jawapan sebelumnya*

14. A cage contains rabbits and pheasants. Together they have 35 heads and 94 legs. The difference between the number of pheasants and the number of rabbits amounts to _____.

Satu sangkar mengandungi arnab dan merak. Kesemuanya mempunyai 35 kepala dan 94 kaki. Perbezaan di antara bilangan merak dan arnab adalah sebanyak _____.

- (A) 7 (B) 9 (C) 11 (D) 13 (E) 15

15. What is the minimum value of

Apakah nilai minimum bagi

$$(x^2 + 2x + 8 - 4\sqrt{3}) \cdot (x^2 - 6x + 16 - 4\sqrt{3})$$

where x is a real number?

yang mana x ialah satu nombor nyata?

- (A) $112 - 64\sqrt{3}$ (B) $3 - \sqrt{3}$ (C) $8 - 4\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{3} - 4$

(E) None of the preceding / *Tiada dalam pilihan jawapan sebelumnya*

16. Let ABCD be a convex quadrilateral such that $\angle DAB = \angle CBD = 120^\circ$, $|AB| = 2$, $|AD| = 4$ and $|BC| = |BD|$. If the line through C

which is parallel to AB meets AD at E, what is $|CE|$?

Katakan ABCD ialah sisiempat cembung supaya $\angle DAB = \angle CBD = 120^\circ$, $|AB| = 2$, $|AD| = 4$ dan $|BC| = |BD|$. Jika garis yang melalui C yang mana selari dengan AB bertemu AD pada E, apakah nilai $|CE|$?

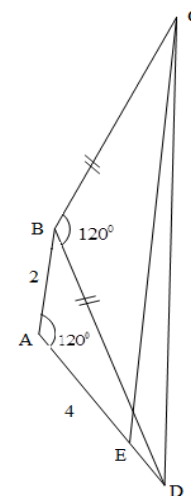
Katakan ABCD ialah sisiempat cembung supaya $\angle DAB = \angle CBD = 120^\circ$, $|AB| = 2$, $|AD| = 4$ dan $|BC| = |BD|$. Jika garis yang melalui C yang mana selari dengan AB bertemu AD pada E, apakah nilai $|CE|$?

Katakan ABCD ialah sisiempat cembung supaya $\angle DAB = \angle CBD = 120^\circ$, $|AB| = 2$, $|AD| = 4$ dan $|BC| = |BD|$. Jika garis yang melalui C yang mana selari dengan AB bertemu AD pada E, apakah nilai $|CE|$?

Katakan ABCD ialah sisiempat cembung supaya $\angle DAB = \angle CBD = 120^\circ$, $|AB| = 2$, $|AD| = 4$ dan $|BC| = |BD|$. Jika garis yang melalui C yang mana selari dengan AB bertemu AD pada E, apakah nilai $|CE|$?

Katakan ABCD ialah sisiempat cembung supaya $\angle DAB = \angle CBD = 120^\circ$, $|AB| = 2$, $|AD| = 4$ dan $|BC| = |BD|$. Jika garis yang melalui C yang mana selari dengan AB bertemu AD pada E, apakah nilai $|CE|$?

Katakan ABCD ialah sisiempat cembung supaya $\angle DAB = \angle CBD = 120^\circ$, $|AB| = 2$, $|AD| = 4$ dan $|BC| = |BD|$. Jika garis yang melalui C yang mana selari dengan AB bertemu AD pada E, apakah nilai $|CE|$?



- (A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 7 (E) 6

17. What is the remainder when 2014^{2015} is divided by 121?

Apakah bakinya apabila nombor 2014^{2015} dibahagikan oleh 121?

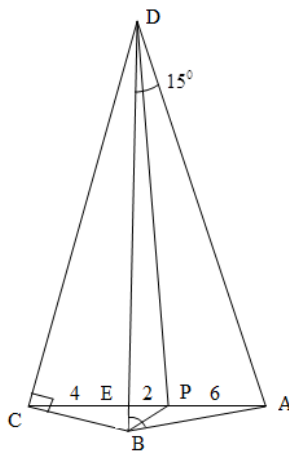
- (A) 45 (B) 34 (C) 23 (D) 12 (E) 1

18. For each positive integer $n > 1$, the number $(2n)^{2n}-1$ is divisible by _____.
 Untuk setiap integer positif $n > 1$, nombor $(2n)^{2n}-1$ boleh dibahagikan dengan _____.

- (A) 2 (B) 3 (C) n (D) $n-1$ (E) $2n+1$

19. Let $ABCD$ be a convex quadrilateral such that $\angle ADB=15^\circ$, $\angle BCD=90^\circ$. The diagonals of quadrilateral are perpendicular at E. Let P be a point on $|AE|$ such that $|EC|=4$, $|EA|=8$ and $|EP|=2$. What is $\angle PBD$?

Katakan $ABCD$ ialah sisiempat cembung yang mana $\angle ADB=15^\circ$, $\angle BCD=90^\circ$. Pepenjuru-pepenjuru bagi sisiempat itu berserenjang pada titik E. Katakan P ialah titik pada $|AE|$ supaya $|EC|=4$, $|EA|=8$ dan $|EP|=2$. Apakah nilai $\angle PBD$?



- (A) 15° (B) 30° (C) 45° (D) 60° (E) 75°

20. An office employs 18 people: one of them speaks Dutch, French and English; 3 speak French and English; 13 speak Dutch, of which 5 also speak English; 9 speak French; on one speaks only English. How many people speak only French?

Sebuah pejabat mengambil 18 orang pekerja: salah seorang daripada mereka bertutur dalam bahasa Belanda, Perancis dan Inggeris; 3 orang bercakap bahasa Perancis dan Inggeris; 13 orang bercakap Belanda, yang mana 5 orang daripadanya juga bertutur dalam bahasa Inggeris; 9 orang bercakap Perancis; dan seorang sahaja hanya bercakap bahasa Inggeris. Berapa orang yang hanya bercakap bahasa Perancis sahaja?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

----- **END / TAMAT** -----